

**7.1 (Perloff, Ex 7.2.3 p.264/ )**

A curva de custo duma empresa é  $C = F + 9q - bq^2 + q^3$ , onde  $b > 0$ .

- Para que valores de  $b$  são o custo variável e o custo variável médio positivos? (Na resposta às alíneas seguintes, suponha que esta condição se verifica para todos os valores da produção).
- Quais são as formas das curvas de custo médio total e custo médio variável? Que valor da produção minimiza o custo médio variável?
- Para que nível de produção é que a curva do custo marginal interseca a do custo variável médio?
- Mostre com cálculo diferencial que a curva do custo marginal interseca a do custo variável médio no mínimo desta.
- Mostre com cálculo diferencial que isto é verdade para todas as curvas de custo e não só para a curva deste exemplo. Mostre que o mesmo se passa com a curva de custo médio total.

**7.2 (Perloff, Ex 7.2.9 p.265/ )**

A função de produção de uma empresa vidreira é  $q = 10L^{0.5}K^{0.5}$  (Hsieh, 1995). Suponha que o salário horário,  $w$ , é \$1 e o custo de aluguer do capital é  $r = \$4$  à hora.

- Mostre rigorosamente numa figura como a empresa minimiza o seu custo.
- Qual é a equação da via de expansão de longo prazo da empresa? Ilustre graficamente.
- Deduza a equação de custo total de longo prazo da empresa em ordem a  $q$ .

**7.3 (Perloff, Ex 7.6.3 p.267/ )**

Uma empresa americana está a considerar transferir a produção para a Ásia. A sua função de produção é  $q = L^{0.5}K^{0.5}$  (baseado em Hsieh, 1995). Nos EUA,  $w = 10 = r$ . Na sua fábrica asiática, a empresa pagará um salário 10% mais baixo e o custo do capital será 10% mais elevado:  $w^* = 10/1.1$  e  $r^* = 10 \times 1.1$ . Quais são as quantidades utilizadas de  $L$  e  $K$  e qual é o custo de produzir  $q = 100$  unidades em ambos os países? Qual seria o custo de produção na Ásia se a empresa tivesse que utilizar a mesma quantidade de fatores que nos EUA?

**7.4 (Perloff, Ex 7.6.5 p.267/ )**

Rosenberg (2004) descreve a invenção de uma nova máquina que funciona como estação móvel para receber morangos embalados perto do sítio onde são colhidos, reduzindo o tempo gasto pelos trabalhadores e o fardo de os transportarem. Uma equipa de 15 trabalhadores assistidos por uma máquina produz a mesma quantidade,  $q^*$ , que 25 trabalhadores sem máquina. Numa semana de 6 dias (50 horas de trabalho), a máquina substitui 500 horas de trabalho. Se o salário horário for \$10, a máquina poupa \$5.000 em custos de trabalho por semana ou \$130.000 durante uma época de apanha (26 semanas). Os custos de operação e manutenção da máquina expressos em termos aluguer diário são de \$200 ou \$1.200 de aluguer semanal. Portanto a poupança líquida é de \$3.800 por semana ou \$98.800 por época.

- Desenhe as isoquantas correspondentes a  $q^*$  e a  $2q^*$ , supondo que as tecnologias descritas acima são as únicas disponíveis. Legende as isoquantas e os eixos da forma mais completa possível.

- b) Adicione uma curva de isocusto para mostrar qual a tecnologia escolhida pela empresa. (Assegure-se que mede o custo da máquina e o salário num horizonte temporal comparável).
- c) Desenhe as respetivas curvas de custos (com e sem a máquina) admitindo que os rendimentos constantes à escala, e legende as curvas e os eixos tão completamente quanto possível. Admita que a produção dum equipa de 15 trabalhadores assistidos por uma máquina ou dum equipa de 25 sem máquina é 1.

**7.5**

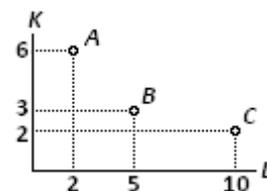
Uma empresa opera com uma tecnologia descrita pela função de produção  $q = L^{0.5}K^{0.75}$ . O capital,  $K$ , é um fator fixo no curto prazo.

- a) Esta tecnologia apresenta a lei dos rendimentos marginais decrescentes? Que tipo de rendimentos de escala apresenta esta tecnologia?
- b) A empresa emprega presente 4 unidades de capital. Os preços unitários de  $L$  e  $K$  são respetivamente  $w = 2$  e  $r = 25$ . Obtenha o custo em função de  $q$ . Qual é a quantidade produzida que minimiza os custos médio e variável médio?
- c) Obtenha as quantidades dos fatores e o custo em função de  $w$ ,  $r$  e  $q$ . Obtenha a curva de custo para os preços da alínea anterior (só em função de  $q$ ).
- d) Represente graficamente as curvas de custo de curto prazo com  $K = 4$  (alínea b)) e a de longo prazo da alínea c). Para que valores de  $q$  são os dois custo iguais, e para que valores é um superior ao outro? Qual é a razão dessa relação?

**7.6**

Uma empresa quer produzir 10 unidades. Para isso a empresa só pode usar as três combinações de fatores mostrados na figura. Os custos unitários do trabalho e capital são 1.2 e 1 respetivamente. Que combinação de fatores usará a empresa no longo prazo?

- a) A.
- b) B.
- c) C.
- d) A informação não é suficiente para responder.



**Respostas**

7.1.	a)	$b < 6$ .
	b)	Ambas têm forma de U. A curva AVC é uma parábola. AVC é minimizado com $q = b/2$ .
	c)	Com $q = b/2$ .
	d)	$dAVC/dq = 0 \Leftrightarrow q = b/2$ . For $q = b/2$ $MC = AVC = 4.5b - 0.25b^2$ .
	e)	$AVC = VC/q$ . $d(VC/q)/dq = 0 \Leftrightarrow (qMC - VC)/q^2 = 0 \Leftrightarrow MC = VC/q$ . A demonstração para o caso de AC é quase idêntico, pois $dC/dq = dVC/dq$ .
7.2	a)	Gráfico com isoquantas and linhas de isocusto.
	b)	$K = 0.25L$ .
	c)	$C = 0.4q$ .
7.3.		Estados Unidos: $L = K = 100$ , $C = 2000$ . Ásia: $L = 110$ , $K = 90.909$ , $C = 2000$ . Usando $L = K = 100$ na Asia custaria 2009.09.
7.4.	a)	Com as máquinas no eixo vertical, isoquanta correspondente a $q^*$ consiste nos pontos (15,1) e (25,0); a correspondente a $2q^*$ consiste em (30,2), (40,1), e (50,0). Não há meias máquinas.
	b)	O salario semanal é \$500, e o aluguer semanal da máquina é \$1200. Portanto o declive da linha de isocusto é 1/2.4, enquanto o das isoquantas é 1/10. Portanto fica mais barato usar equipas assistidas por máquina.
	c)	Com máquina, $C = 8700q$ ; sem máquina, $C = 12500q$ .
7.5.	a)	Verifica-se a lei dos rendimentos marginais decrescentes para ambos os fatores. Rendimentos crescentes à escala.
	b)	$L = q^2/8$ , $C = 0.25q^2 + 100$ . $q = 20$ minimiza o custo médio. O custo variável médio é sempre crescente.
	c)	$L = (r/1.5w)^{0.6} q^{0.8}$ , $K = (1.5w/r)^{0.4} q^{0.8}$ , $C = (1.5^{-0.6} + 1.5^{0.4}) w^{0.4} r^{0.6} q^{0.8}$ . $C = 17.8427q$ .
	d)	Os custos médios são iguais para $q = 16.33$ ; o custo médio de curto prazo é superior ao de longo prazo para todos os outros valores de $q$ (as curvas são tangentes em $q = 16.33$ ). Para $q = 16.33$ e aos preços de fatores vigentes, a quantidade ótima (no longo prazo) de capital é 4, a mesma que está a ser usada no curto prazo. Para todos os outros valores de $q$ , o $K$ ótimo é diferente de 4, logo o custo médio de curto prazo é superior ao de longo prazo.
7.6.		A